

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 a を実数とする。 x の関数

$$f(x) = (1 + 2a)(1 - x) + (2 - a)x$$

を考える。

$$f(x) = \left(- \boxed{\text{ア}} a + \boxed{\text{イ}} \right) x + 2a + 1$$

である。

(1) $0 \leq x \leq 1$ における $f(x)$ の最小値は、

$$a \leq \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}} \text{ のとき, } \boxed{\text{ウ}} a + \boxed{\text{エ}} \text{ であり,}$$

$$a > \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}} \text{ のとき, } \boxed{\text{オ}} a + \boxed{\text{カ}} \text{ である。}$$

(2) $0 \leq x \leq 1$ において、常に $f(x) \geq \frac{2(a+2)}{3}$ となる a の値の範囲は、

$$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \text{ である。}$$

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

〔2〕 次の問いに答えよ。必要ならば、 $\sqrt{7}$ が無理数であることを用いてよい。

(1) A を有理数全体の集合、 B を無理数全体の集合とする。空集合を \emptyset と表す。

次の(i)~(iv)が真の命題になるように、 ~ に当てはまるものを、下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- (i) A $\{0\}$ (ii) $\sqrt{28}$ B
 (iii) $A = \{0\}$ A (iv) $\emptyset = A$ B

① \in ② \ni ③ \subset ④ \supset ⑤ \cap ⑥ \cup

(2) 実数 x に対する条件 p, q, r を次のように定める。

- p : x は無理数
 q : $x + \sqrt{28}$ は有理数
 r : $\sqrt{28}x$ は有理数

次の , に当てはまるものを、下の①~③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- p は q であるための 。
 p は r であるための .

- ① 必要十分条件である
 ② 必要条件であるが、十分条件でない
 ③ 十分条件であるが、必要条件でない
 ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔3〕 a を 1 以上の定数とし、 x についての連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + (20 - a^2)x - 20a^2 \leq 0 & \dots\dots\dots ① \\ x^2 + 4ax \geq 0 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

を考える。このとき、不等式①の解は $\boxed{\text{チツテ}} \leq x \leq a^2$ である。また、
不等式②の解は $x \leq \boxed{\text{トナ}} a$, $\boxed{\text{ニ}} \leq x$ である。

この連立不等式を満たす負の実数が存在するような a の値の範囲は

$$1 \leq a \leq \boxed{\text{又}}$$

である。

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 $\triangle ABC$ の辺の長さや角の大きさを測ったところ、 $AB = 7\sqrt{3}$ および $\angle ACB = 60^\circ$ であった。したがって、 $\triangle ABC$ の外接円 O の半径は ア である。

外接円 O の、点 C を含む弧 AB 上で点 P を動かす。

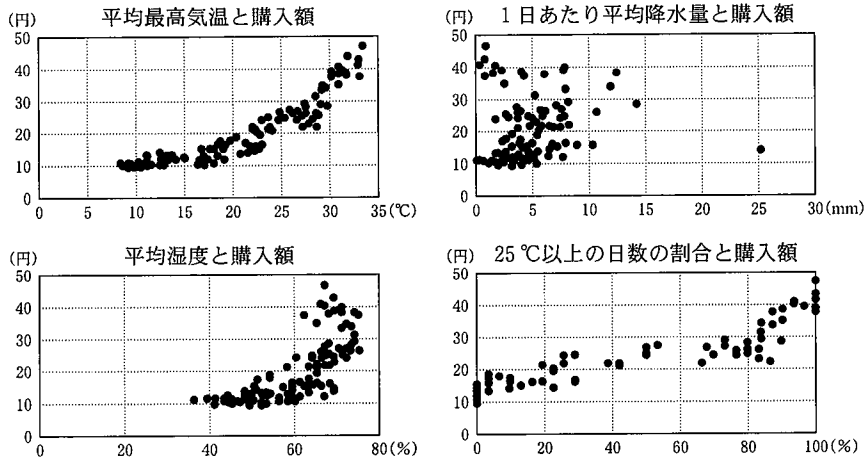
(1) $2PA = 3PB$ となるのは $PA = \sqrt{\text{イ} \times \text{ウエ}}$ のときである。

(2) $\triangle PAB$ の面積が最大となるのは $PA = \sqrt{\text{オ} \times \text{カ}}$ のときである。

(3) $\sin \angle PBA$ の値が最大となるのは $PA = \text{キク}$ のときであり、このとき $\triangle PAB$ の面積は $\frac{\text{ケコ} \times \sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

〔2〕 次の4つの散布図は、2003年から2012年までの120か月の東京の月別データをまとめたものである。それぞれ、1日の最高気温の月平均(以下、平均最高気温)、1日あたり平均降水量、平均湿度、最高気温25℃以上の日数の割合を横軸にとり、各世帯の1日あたりアイスクリーム平均購入額(以下、購入額)を縦軸としてある。



出典：総務省統計局(2013)『家計調査年報』、『過去の気象データ』(気象庁 Web ページ)などにより作成

次の ス セ に当てはまるものを、下の①～④のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

これらの散布図から読み取れることとして正しいものは、 ス と

セ である。

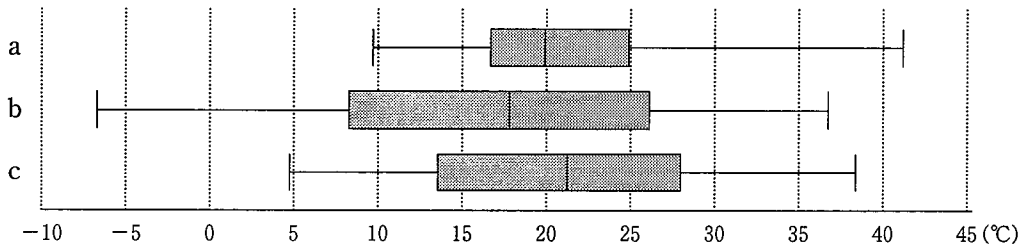
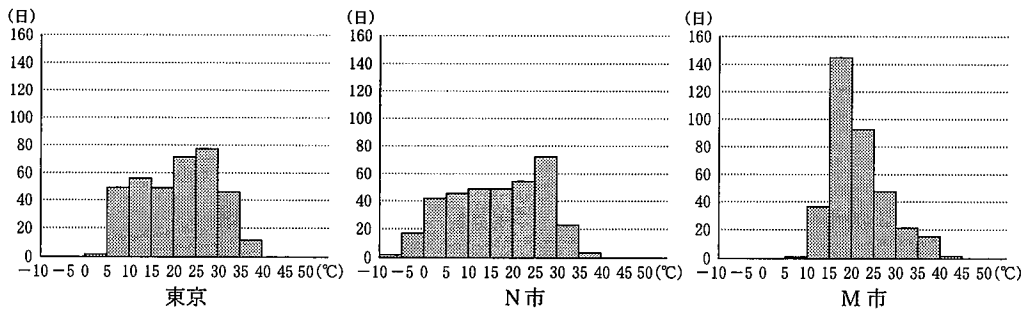
- ① 平均最高気温が高くなるほど購入額は増加する傾向がある。
- ② 1日あたり平均降水量が多くなるほど購入額は増加する傾向がある。
- ③ 平均湿度が高くなるほど購入額の散らばりは小さくなる傾向がある。
- ④ 25℃以上の日数の割合が80%未満の月は、購入額が30円を超えていない。
- ⑤ この中で正の相関があるのは、平均湿度と購入額の間のみである。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔3〕 世界4都市(東京, O市, N市, M市)の2013年の365日の各日の最高気温のデータについて考える。

(1) 次のヒストグラムは, 東京, N市, M市のデータをまとめたもので, この3都市の箱ひげ図は下の a, b, c のいずれかである。



出典：『過去の気象データ』(気象庁 Web ページ)などにより作成

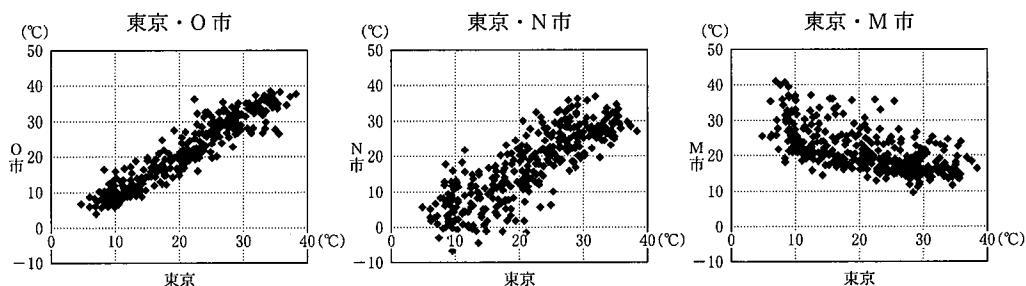
次の に当てはまるものを, 下の①～⑤のうちから一つ選べ。

都市名と箱ひげ図の組合せとして正しいものは, である。

- ① 東京—a, N市—b, M市—c ② 東京—a, N市—c, M市—b
 ③ 東京—b, N市—a, M市—c ④ 東京—b, N市—c, M市—a
 ⑤ 東京—c, N市—a, M市—b ⑥ 東京—c, N市—b, M市—a

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(2) 次の 3 つの散布図は、東京、O 市、N 市、M 市の 2013 年の 365 日の各日の最高気温のデータをまとめたものである。それぞれ、O 市、N 市、M 市の最高気温を縦軸にとり、東京の最高気温を横軸にとってある。



出典：『過去の気象データ』（気象庁 Web ページ）などにより作成

次の , に当てはまるものを、下の①～④のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

これらの散布図から読み取れることとして正しいものは、 と である。

- ① 東京と N 市、東京と M 市の最高気温の間にはそれぞれ正の相関がある。
- ② 東京と N 市の最高気温の間には正の相関、東京と M 市の最高気温の間には負の相関がある。
- ③ 東京と N 市の最高気温の間には負の相関、東京と M 市の最高気温の間には正の相関がある。
- ④ 東京と O 市の最高気温の間の相関の方が、東京と N 市の最高気温の間の相関より強い。
- ⑤ 東京と O 市の最高気温の間の相関の方が、東京と N 市の最高気温の間の相関より弱い。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

- (3) 次の , , に当てはまるものを, 下の①~⑨のうちから一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

N市では温度の単位として摂氏(°C)のほかに華氏(°F)も使われている。華氏(°F)での温度は, 摂氏(°C)での温度を $\frac{9}{5}$ 倍し, 32 を加えると得られる。例えば, 摂氏 10 °C は, $\frac{9}{5}$ 倍し 32 を加えることで華氏 50 °F となる。

したがって, N市の最高気温について, 摂氏での分散を X , 華氏での分散を Y とすると, $\frac{Y}{X}$ は になる。

東京(摂氏)とN市(摂氏)の共分散を Z , 東京(摂氏)とN市(華氏)の共分散を W とすると, $\frac{W}{Z}$ は になる(ただし, 共分散は2つの変量のそれぞれの偏差の積の平均値)。

東京(摂氏)とN市(摂氏)の相関係数を U , 東京(摂氏)とN市(華氏)の相関係数を V とすると, $\frac{V}{U}$ は になる。

- ① $-\frac{81}{25}$ ② $-\frac{9}{5}$ ③ -1 ④ $-\frac{5}{9}$ ⑤ $-\frac{25}{81}$
 ⑥ $\frac{25}{81}$ ⑦ $\frac{5}{9}$ ⑧ 1 ⑨ $\frac{9}{5}$ ⑩ $\frac{81}{25}$

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

赤球 4 個, 青球 3 個, 白球 5 個, 合計 12 個の球がある。これら 12 個の球を袋の中に入れ, この袋から A さんがまず 1 個取り出し, その球をもとに戻さずに続いて B さんが 1 個取り出す。

- (1) A さんと B さんが取り出した 2 個の球のなかに, 赤球か青球が少なくとも

1 個含まれている確率は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

- (2) A さんが赤球を取り出し, かつ B さんが白球を取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ で

ある。これより, A さんが取り出した球が赤球であったとき, B さんが取り出

した球が白球である条件付き確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (3) A さんは 1 球取り出したのち、その色を見ずにポケットの中にしまった。B さんが取り出した球が白球であることがわかったとき、A さんが取り出した球も白球であった条件付き確率を求めたい。

A さんが赤球を取り出し、かつ B さんが白球を取り出す確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カキ}}$ で

あり、A さんが青球を取り出し、かつ B さんが白球を取り出す確率は

$\frac{\text{サ}}{\text{シス}}$ である。同様に、A さんが白球を取り出し、かつ B さんが白球を取

り出す確率を求めることができ、これらの事象は互いに排反であるから、B さ

んが白球を取り出す確率は $\frac{\text{セ}}{\text{ソタ}}$ である。

よって、求める条件付き確率は $\frac{\text{チ}}{\text{ツテ}}$ である。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

(1) 不定方程式

$$92x + 197y = 1$$

をみたす整数 x, y の組の中で、 x の絶対値が最小のものは

$$x = \boxed{\text{アイ}}, \quad y = \boxed{\text{ウエ}}$$

である。不定方程式

$$92x + 197y = 10$$

をみたす整数 x, y の組の中で、 x の絶対値が最小のものは

$$x = \boxed{\text{オカキ}}, \quad y = \boxed{\text{クケ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

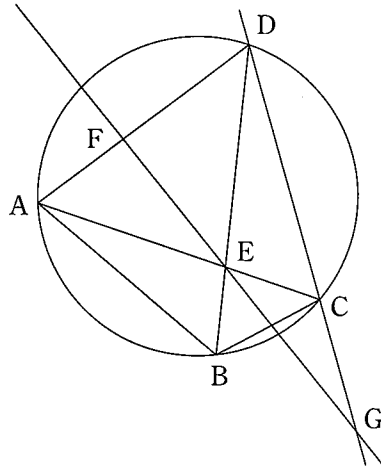
(2) 2進法で $11011_{(2)}$ と表される数を 4進法で表すと $\boxed{\text{コサシ}}_{(4)}$ である。

次の①～⑤の 6進法の小数のうち、10進法で表すと有限小数として表せるのは、 $\boxed{\text{ス}}$ 、 $\boxed{\text{セ}}$ 、 $\boxed{\text{ソ}}$ である。ただし、解答の順序は問わない。

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① $0.3_{(6)}$ | ⑥ $0.4_{(6)}$ |
| ② $0.33_{(6)}$ | ⑦ $0.43_{(6)}$ |
| ③ $0.033_{(6)}$ | ⑧ $0.043_{(6)}$ |

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

四角形 ABCD において、 $AB = 4$ 、 $BC = 2$ 、 $DA = DC$ であり、4 つの頂点 A、B、C、D は同一円周上にある。対角線 AC と対角線 BD の交点を E、線分 AD を 2 : 3 の比に内分する点を F、直線 FE と直線 DC の交点を G とする。



参考図

次の ア には、下の①～④のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$\angle ABC$ の大きさが変化するとき四角形 ABCD の外接円の大きさも変化することに注意すると、 $\angle ABC$ の大きさがいくらであっても、 $\angle DAC$ と大きさが等しい角は、 $\angle DCA$ と $\angle DBC$ と ア である。

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| ① $\angle ABD$ | ② $\angle ACB$ | ③ $\angle ADB$ |
| ④ $\angle BCG$ | ⑤ $\angle BEG$ | |

このことより $\frac{EC}{AE} = \frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ である。次に、 $\triangle ACD$ と直線 FE に着目する

と、 $\frac{GC}{DG} = \frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(1) 直線 AB が点 G を通る場合について考える。

このとき、 $\triangle AGD$ の辺 AG 上に点 B があるので、 $BG = \boxed{\text{カ}}$ である。

また、直線 AB と直線 DC が点 G で交わり、4 点 A, B, C, D は同一円周上にあるので、 $DC = \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(2) 四角形 ABCD の外接円の直径が最小となる場合について考える。

このとき、四角形 ABCD の外接円の直径は $\boxed{\text{ケ}}$ であり、

$\angle BAC = \boxed{\text{コサ}}^\circ$ である。

また、直線 FE と直線 AB の交点を H とするとき、 $\frac{GC}{DG} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ の関係

に着目して AH を求めると、 $AH = \boxed{\text{シ}}$ である。